GIT-KLAUSUR FRÜHJAHR 2001

Aufgabe

1a, 1b und 1c sowie die komplette Aufgabe 4 klausurirrelevant

c) Erläutern Sie die Aufgabe der Brückenschaltung innerhalb des Hör/Sprechkreises und ihre Komponenten. Wie nennt man die Gesamtschaltung?

Diese Aufgabe sei, so hieß es, für die Klausur irrelevant...

d) Welche Wählverfahren gibt es?

Es gibt zwei verschiedene Wählverfahren.

1.) Impulswahlverfahren (IWV)

2.) Mehrfrequenzwahlverfahren (DTMF = Dial Tone Multi Frequency)

Zu 1. Das Impulswahlverfahren war damals, als es noch die Drehscheibe gab, aktuell. Man drehte die Scheibe bis zur gewünschten Zahl und ließ dann los. Die Scheibe drehte sich immer in gleicher Geschwindigkeit wieder zurück. In regelmäßigen Abständen wurden beim "Zurücklaufen" Impulse gesendet. Klar: Je länger sich die Scheibe zurückdrehte, desto mehr Impulse wurden gesendet. Besser noch: Beim Drehen auf 1 wurde 1 Impuls gesendet, bei der 5 wurden 5 Impulse gesendet usw.

Die Dauer ~~d~~ eines Impulses wurde auf 61,5ms festgelegt, zwischen den Impulsen gibt es eine Pause von 38,5ms, also dauert ein Impuls 100ms.
Bei der Wahl der Ziffer 0 (da werden 10 Impulse gesendet) dauert es also eine ganze Sekunde!
Dieser zeitliche Nachteil wurde durch Verwendung des Mehrfrequenzverfahrens beseitigt... (s. Aufgabe e)).

e) Erläutern Sie den Mehrfrequenzcode. Nennen Sie (ungefähr) die Frequenzen, die dabei Verwendung finden.

Jede Ziffer setzt sich aus der Kombination zweier Frequenzen zusammen.

	1209 Hz	1336 Hz	1477 Hz	1633 Hz
697 Hz	1	2	3	A
770 Hz	4	5	6	B
852 Hz	7	8	9	C
941 Hz	*	0	#	D

Die Ziffer "5" ergibt sich aus der Kombination der Frequenzen 1336Hz / 770Hz.
Die Überlagerung der beiden Frequenzen ergibt jeweils einen spezifischen, leicht auswertbaren Ton.
(Beispiel auf CD unter "Moderne Systeme", Mehrfrequenzwahlverfahren)

2. Aufgabe

Diese Aufgabe wird bereits in der Klausur F05 ausführlich behandelt!

3. Aufgabe

Eine Nachrichtenquelle besitzt als Zeichenvorrat die Symbole A, B, C, D, E, F, G und H mit den Wahrscheinlichkeiten $p(A)=p(B)=p(C)=1/4$, $p(D)=1/8$, $p(E)=p(F)=p(G)=p(H)=1/32$.

a) Wie groß ist der Informationsgehalt des Zeichens E?

Zuerst einmal ~~Folgendes~~ vorweg: Je seltener ein Zeichen auftritt, desto höher die Information, die das Zeichen liefert. Deswegen hängt die Berechnung ~~schonmal direkt~~ des Informationsgehaltes eines Zeichens schonmal direkt von der Wahrscheinlichkeit desselben ab.

Die Formel zur Berechnung des Informationsgehaltes eines Zeichens:

$\cancel{I(x_i) = K \cdot ld}$ $I(x_i) = K \cdot ld\, p(x_i)$, wobei $K = -1$ [bit],

also

$$\boxed{I(x_i) = -ld\, p(x_i)\,[bit].}$$

Hier:

$$I(E) = -ld\, p(E)\,[bit] = -\,ld\,\frac{1}{32}\,[bit] = +\,ld\,(32)\,[bit]$$

Man kann beim ld auch das Vorzeichen ändern, dann muss das, was in der Klammer steht ($\frac{1}{32}$ hier) umgekehrt (Kehrwert) werden.

$$\boxed{I(E) = \underbrace{ld(32)}_{5}\,[bit] = \underline{5\,Bit}}$$

Der Informationsgehalt des Zeichens E ist also
5 Bit!

b) Wie groß ist die Entropie der Quelle?

Entropie: mittlere Information

Wie bereits festgestellt, beinhaltet jedes Zeichen einer Quelle eine bestimmte Größe an Information (haben wir ja in Aufgabe a) für das Ereignis E errechnet).
Die Frage ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Ereignisse auftreten.
Angenommen, wir lassen einen Computer 100 mal zufällig ein Zeichen geben (mit den in dieser Aufgabe angegebenen Wahrscheinlichkeiten).
Die Zeichen, die am Wahrscheinlichsten sind, wird er uns am häufigsten ausspucken - klar, oder?
Das heißt, wenn ich nach hundert Informationsausgaben den Mittelwert bilde, dann orientiert sich dieser natürlich weitestgehend an ~~die~~ Zeichen mit der höchsten Wahrscheinlichkeit!
Also ist die "Entropie", also die mittlere Information, ein Zusammenspiel von Wahrscheinlichkeiten ($p(x_i)$) und Informationsgehalten ($I(x_i)$) der Zeichen, dementsprechend die Formel:

$$H = E[I(X)] = \sum_{i=1}^{N} p(x_i) * \underbrace{I(x_i)}$$

$$\boxed{= \sum_{i=1}^{N} p(x_i) * ld\left(\frac{1}{p(x_i)}\right)^{*}}$$

Diese Formel bedeutet:
Wir gehen alle Zeichen durch (also von Zeichen 1 bis N, Algo lässt grüßen *g*) und addieren jeweils ~~die~~ Produkt von $p(x_i)$ (Wahrscheinlichkeit) und $I(x_i)$ (Information) dazu.

A, B, C haben die gleiche Wahrscheinlichkeit / Informationsgehalt

Also:

$$H = \underbrace{3 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot ld(4)\right)}_{A,B,C} + \underbrace{\frac{1}{8} \cdot ld(8)}_{D} + \underbrace{4 \cdot \left(\frac{1}{32} \cdot ld(32)\right)}_{E,F,G,H}$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{12+3+5}{8} = \frac{20}{8} = \boxed{2{,}5 \text{ Bit}}$$

Die Entropie der Quelle ist also 2,5 Bit!

c) Wie müsste die Auftrittswahrscheinlichkeit der Zeichen geändert werden, um die Entropie zu maximieren?

Alle Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse müssten gleich groß sein.
Bei N Ereignissen hätte jedes Ereignis die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{N}$. Bei der Berechnung von allen N Werten ergibt sich somit $\sum_{i=1}^{N} (1/N) \cdot ld(N) = ld(N)$, hier im praktischen konkreten Beispiel bei 8 Werten die Entropie ~~von~~ 3. (dem $ld(8)$)

d) Wie groß ist der Entscheidungsgehalt der Quelle?

Mit dieser Frage ist gemeint, wieviel Bit muss ich zur Verfügung stellen, um alle Ereignisse einer Quelle ~~zu~~ kombinieren zu können / darstellen zu können!

Bei einem Bit waren es ja nur 2, also die 1 und die 0, das sind zwei Zeichen.

2 Bit = $2^2 = \boxed{4}$ Kombinationsmöglichkeiten.

3 Bit = $2^3 = \boxed{8}$ Kombinationsmöglichkeiten.

Zur $\boxed{\text{Basis}}$ haben wir immer die 2. Die Frage ist, was muss der Exponent sein, um $\boxed{N}$ Zeichen darstellen zu können?

Mathematisch sieht das so aus:

$$ld\,(N) = \boxed{?}$$

d = dualis = Basis 2 Anzahl der Zeichen nötiger Exponent!

Hier:

$$ld\,(8) = \boxed{?}$$

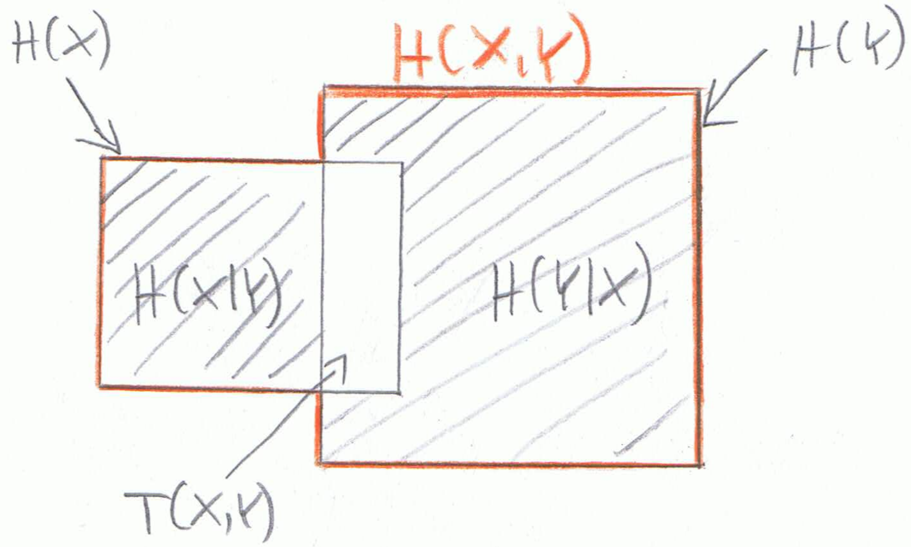
Frage: "2 hoch $\boxed{\text{was}}$ ist 8?"

Antwort: 2 hoch $\boxed{3}$ ist 8!

Also:

$ld(8) = \underline{\underline{3}}$ $\Rightarrow$ Das ist der Entscheidungsgehalt der Quelle! Wir brauchen 3 Bit, um 8 Zeichen darzustellen!

e) Skizzieren Sie allgemein, wie sich die Verbundentropie $H(X,Y)$ aus den Entropien von Quelle $H(X)$ und Sinke $H(Y)$ sowie aus den Verbundentropien $H(X|Y)$ sowie $H(Y|X)$ zusammensetzt.



Sorry, diese Aufgabe ist von FO2 ↓, die eigentliche wird auf S. 10 behandelt)

f) Wie groß ist der Maximalwert des Transinformationsflusses in einem Fernsehkanal der Bandbreite 8 MHz, wenn in diesem Kanal die Signalleistung das 15-fache der Rauschleistung beträgt?

Transinformationsfluss: Die Information, die pro Sekunde fehlerfrei von der Quelle zur Sinke übertragen wird ($T(X,Y)$).

Dieser Maximalwert heißt "Kanalkapazität".

Formel für die Kanalkapazität:

$$\boxed{C = f_g \cdot ld\left(1 + \frac{S}{N}\right)}$$

Gegeben ist in dieser Aufgabe:

Die Bandbreite von 8 MHz.
Die Bandbreite ist gleichzeitig eine Angabe über die höchste zu übertragende Frequenz, also die "obere Grenzfrequenz", also f_g.
Die Signalleistung beträgt das 15-fache der Rauschleistung!

Signalleistung = S
Rauschleistung = N
Verhältnis $\frac{S}{N} = 15$.

Also:

geg.: $f_g = 8\,MHz$

$\frac{S}{N} = 15$.

Jetzt benutzen wir nochmal unsere Formel mit konkreten Werten:

$$C = 8\,MHz \cdot ld(1+15)\,[bit] = 8\,MHz \cdot ld(16)\,[bit]$$

$$= 8\,MHz \cdot 4\,Bit = \boxed{32\,Mbit/s}$$

Der Maximalwert des Transinformationsflusses beträgt also 32 Mbit/s...

f) Stellen Sie die Skizze aus e) für den Fall der störungsfreien Übertragung dar!

Erst denken, dann zeichnen.
Störungsfrei hieße, dass alles, was gesendet wird $(H(x))$ auch das gleiche ist wie das, was ankommt $(H(y))$, also wären $H(x)$ und $H(y)$ eins.
Das sähe dann so aus: