GIT-KLAUSUR FRÜHJAHR 2002

(noch nicht ganz fertig)

1. Aufgabe

Ein Audio-Surround-Signal mit 5 Kanälen und einer Bandbreite $B = 20\,kHz$ pro Kanal soll digitalisiert werden.

a) Wie groß muss die Abtastfrequenz $\frac{1}{T_A}$ in jedem Kanal mindestens gewählt werden?

(Dieser Aufgabentyp wird in der Klausurlösung Herbst 2005 ausführlich behandelt.)

Die Abtastfrequenz lässt sich nach der Formel von Claude Shannon berechnen. Sie muss mindestens doppelt so hoch wie die höchste zu übertragende Frequenz sein, also

$$\boxed{\frac{1}{T_A} = f_A \geq 2 \cdot f_g}$$

Hier also:

$$\frac{1}{T_A} \geq 2 \cdot 20\,kHz \Rightarrow \text{mindestens } \underline{40\,kHz}$$

b) Wie groß wird man sie tatsächlich wählen?

Erfahrungswerte zeigen, dass die Abtastfrequenz von 44,1 kHz optimal ist.

c) Mit wieviel Bit müsste das abgetastete Signal quantisiert werden, um ein Quantisierungsrauschen zu erzeugen, das dem beim heutigen Telefon mit linearer Quantisierung entspricht?

Mit 8 Bit

d) Wie groß wäre die resultierende Datenrate bei der Wahl der Abtastfrequenz nach b) für alle 5 Kanäle zusammen?

Bei b) hatten wir eine Frequenz von 44,1kHz.
Die Quantisierung waren 8 Bit, das heißt, ~~e~~ es muss pro Sekunde 44.100 mal ~~die~~ eine 8Bit große Entscheidung getroffen werden (um es mal so auszudrücken).
Also ergibt sich die Rate aus der Multiplikation:

$r = 44{,}1\,kHz \cdot 8\,Bit = \underline{352{,}8\,kBit/s}$

Diese Rate gilt allerdings nur für einen Kanal.
Gefragt war ja, welche Rate sich für alle 5 Kanäle zusammen ergibt.
Logisch, das Ganze mal 5...

$r = 5 \times 352{,}8\,kBit/s = \underline{\underline{1{,}764\,MBit/s}}$

e) Mit wieviel Bit müsste das abgetastete Signal quantisiert werden, um ein Quantisierungsrauschen zu erzeugen, das dem der Audio-CD entspricht?

Mit 16 Bit

f) Wie groß wäre die resultierende Datenrate bei Wahl der Abtastfrequenz nach b) für alle 5 Kanäle zusammen?

Naja, das einzige, was sich ändert, ist ja die Anzahl der Quantisierungsstufen, denn die sind ja jetzt verdoppelt. Also erhöht sich auch die Datenrate auf das Doppelte, somit

$$r = 2 \times 1{,}764\,\text{MBit/s} = \underline{\cancel{2}3{,}528\,\text{MBit/s}}$$

g) Skizzieren Sie den Verlauf einer 3-Segment-Kennlinie für ein bipolares Eingangssignal, bei der trotz der Verwendung von nur 8 Bit pro Abtastwert im Bereich kleiner Eingangsamplituden (bis zu 1/4 des Aussteuerbereiches des Analog-Digital-Wandlers) eine effektive Quantisierung mit 9 Bit realisiert werden kann.

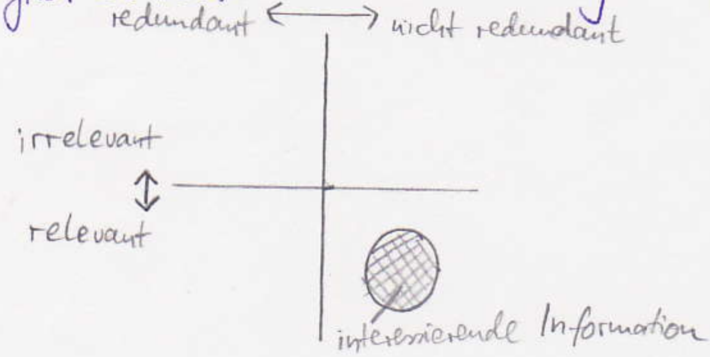
3. Aufgabe

(Aufgabe 2 wird bereits in Klausurlösung Herbst 2005 bzw. Frühjar 2007 erklärt)

Bestandteile einer Nachricht können redundant oder nicht redundant bzw. relevant oder irrelevant sein.

a) Erläutern Sie das Begriffspaar „redundant - nicht redundant", fügen Sie der Erläuterung ein Beispiel an!

Redundanz kann übersetzt werden mit "Weitschweifigkeit". Sie ist der überflüssige Teil einer Nachricht.
Dazu gibt es diese tolle Zeichnung (Skript S. 81):



Redundant bedeutet also "überflüssiger Teil der Nachricht", nicht redundant natürlich das Gegenteil.

Ein Beispiel wäre, dass man statt in einem Fernsehbild 575*720 schwarze Bildpunkte zu übertragen lediglich zwei wichtige Informationen gibt:

1) "schwarz"
2) "Alle Bildpunkte"

} Das gleiche Ergebnis wird erreicht!

Ein zweites Beispiel wäre, dass jedes Wort teilweise redundant ist, denn das Wort "Nachricht" würde man auch verstehen, wenn man statt dessen "Nachriht" schreibt.

Oder stellen wir uns vor, jemand sagt:
"Ich trage eine wunderschöne Taschenlampe in meiner Hand"!
Ob die Taschenlampe wirklich schön ist liegt natürlich
im Auge des Betrachters und für die Tatsache (und
eigentliche Hauptnachricht), dass dieser Mensch eine
Taschenlampe in seiner Hand trägt, ist der Hinweis,
dass die Taschenlampe schön ist, überflüssig...

Und ich glaube, sogar dieses Beispiel war für
das Verständnis mittlerweile "redundant" ☺

b) Erläutern Sie das Begriffspaar „relevant - irrelevant",
fügen Sie der Erläuterung ein Beispiel an!

Irrelevanz kann übersetzt werden mit "unverständlicher
Teil einer Nachricht".
Der verständliche Teil einer Nachricht ist dementsprechend
natürlich relevant.

Beispiel: In "Nachri^ht" ist ein Zeichen irrelevant,
weil es nicht Teil des Alphabets und somit im
Kontext unverständlich ist.

c) Was versteht man unter „Verbundentropie" $H(X,Y)$ und
wie lässt sie sich aus den Entropien $H(X)$, $H(X|Y)$
bzw. $H(Y)$, $H(X|Y)$ errechnen?

Jedes Ereignis einer Quelle hat einen Informationsgehalt.
~~Die Berechnung der mittleren Information ist die Entropie.~~
Jedes Ereignis tritt mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit
auf. Die "Korrelation" dieser beiden Größen, also der Zusammenhang der beiden, ergibt den Erwartungswert.
Der mittlere Erwartungswert der Quell ist die Entropie.
Die Erwartungswerte der Information sind die Verbundentropie.

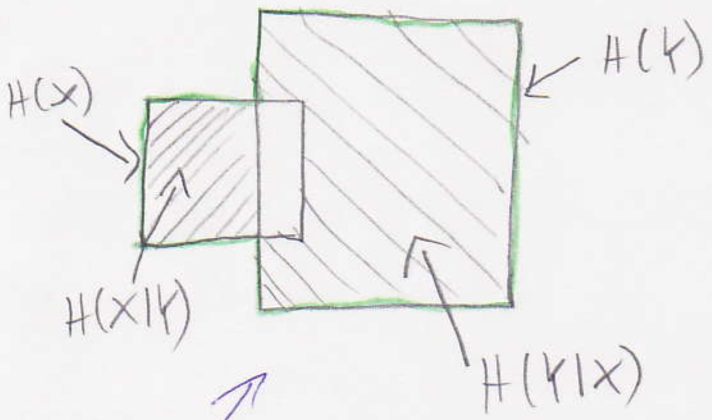
Und um es jetzt mal ganz platt auszudrücken:

Die Nachricht, die gesendet wird und die, die empfangen wird (ist ja leider nicht immer die gleiche) ergeben zusammen die Verbundentropie.

Zur Berechnung gibt es zwei Formeln:

$$\boxed{\begin{aligned} H(X,Y) &= H(X) + H(Y|X) \quad \text{bzw.} \\ H(X,Y) &= H(Y) + H(X|Y) \end{aligned}}$$

d)



e) Zeichnen Sie ein Diagramm... ~~(diese Aufgabe wird bei Philipp noch genauer erörtert...)~~

e) Wie nennt man den Maximalwert des in einem Kanal möglichen Transinformationsflusses?

Kanalkapazität

f) Wie groß ist der Maximalwert des Transinformationsflusses in einem Fernsehkanal der Bandbreite 8 MHz, wenn in diesem Kanal die Signalleistung das 15-fache der Rauschleistung beträgt?

Das $\frac{S}{N}$-Verhältnis, in anderen Worten der "Störabstand", soll also 15 betragen. Jetzt ist die Formel für die Kanalkapazität ja

$$\boxed{C = f_g \cdot ld\left(1 + \frac{S}{N}\right)}$$

Gegeben: $f_g = 8\,MHz$

$\frac{S}{N} = 15$

Setzen wir doch mal die konkreten Werte ein:

$$C = 8\,MHz \cdot ld(1+15) = 8\,MHz \cdot ld(16) = 8\,MHz \cdot 4 = 32\,MBit/s$$

Die Kanalkapazität beträgt also 32 MBit/s!